

# Informe de Actividades desarrolladas durante la Cátedra Rodolfo Quintero (26 de febrero 2024 al 31 de enero de 2025)

Olivier Charles Albert Sarbach  
Cátedra Rodolfo Quintero Ramírez  
Universidad Autónoma Metropolitana  
Unidad Cuajimalpa

A continuación quisiera exponer las actividades que desarrollé durante mi estancia como Catedrático Rodolfo Quintero Ramírez en el Departamento de Matemáticas Aplicadas y Sistemas de la División de Ciencias Naturales e Ingeniería de la Universidad Autónoma Metropolitana, Cuajimalpa (UAMC). Para describir dichas actividades y los logros correspondientes, me baso en el Plan de Trabajo que se presentó el día 15 de febrero de 2024 en la Sesión Ordinaria CUA-DCNI-259-24 del Consejo Divisional durante la cuál fue aprobada la Cátedra.

## **1. Teoría cinética relativista de los gases: aproximación de Chapman-Enskog**

Este proyecto se desarrolló en colaboración con la Dra. Ana Laura García Perciante, la Dra. Alma Méndez Rodríguez, el Dr. Guillermo Chacón-Acosta, el Dr. José Félix Salazar y el Dr. Carlos Gabarrete y fue muy exitoso. Primero, se logró un mejor entendimiento del método de Chapman-Enskog, basado en la adaptación del trabajo [1] de L. Saint-Raymond al caso relativista. Este método permite establecer rigurosamente la existencia y unicidad de la ecuación integral que se obtiene al linealizar la ecuación de Boltzmann alrededor de una configuración de equilibrio local. Un primer resultado interesante que se obtuvo es que, mientras que en el caso no relativista el método de [1] lleva

exactamente al mismo resultado que el método de Chapman-Enskog tradicional, en el caso relativista los dos métodos llevan a resultados diferentes. Las implicaciones físicas de esta propiedad están descritas en el artículo:

- Existence of the Chapman-Enskog solution and its relation with first-order dissipative fluid theories, A.L. García-Perciante, A.R. Méndez, O. Sarbach, e-Print: 2409.08976 [gr-qc],

que fue enviado a la revista *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*.

Además, como demostramos, el método de [1] lleva de forma natural a una nueva teoría de fluidos disipativos relativistas con propiedades físicas muy interesantes. Efectivamente, las ecuaciones de evolución que describen estas teoría resultan ser fuertemente hiperbólicas (y por lo tanto llevan a un problema de Cauchy bien planteado), causales (es decir, no hay velocidades de propagación mayores que la velocidad de la luz) y tienen la propiedad de que los estados de equilibrio global son estables bajo perturbaciones lineales. Estos resultados, que llevan a una generalización relativista de las ecuaciones de Navier-Stokes, se encuentran en los dos artículos:

- Relativistic dissipative fluids in the trace-fixed particle frame: hyperbolicity, causality and stability, J. Félix Salazar, A.L. García-Perciante, O. Sarbach, e-Print: 2412.03712 [gr-qc],
- Relativistic dissipative fluids in the trace-fixed particle frame: strongly hyperbolic quasi-linear first-order evolution equations, J. Félix Salazar, A.L. García-Perciante, O. Sarbach, e-Print: 2412.03713 [gr-qc]

que fueron enviados a la revista *Physical Review D* y en un artículo detallado sobre la fundamentación cinética que se encuentra en proceso de redacción y será enviado en los próximos 4-6 meses:

- The Chapman-Enskog approximation in the trace-fixed particle frame for a relativistic charged gas, C. Gabarrete, A.L. García-Perciante, O. Sarbach.

Finalmente, logramos obtener resultados preliminares muy prometedores sobre un gas cinético que consiste en una mezcla de (dos o más) especies de partículas, generalizando el método de Chapman-Enskog de [1] para el caso de mezclas. Esto debería llevar a una derivación sistemática de las ecuaciones de la magneto-hidrodinámica relativista incluyendo los efectos disipativos (viscosidad, transporte de calor, conductividad eléctrica y difusión).

## 2. Teoría cinética relativista de los gases: límite de Vlasov y mixing

Los logros obtenidos en este proyecto son los siguientes:

- Se publicó el artículo: Phase Space Mixing of a Vlasov Gas in the Exterior of a Kerr Black Hole, P. Rioseco, O. Sarbach, *Communication in Mathematical Physics* **405**, 4, 105 (2024), que provee una demostración rigurosa del efecto mezcla de un gas cinético sin colisiones en el entorno de un agujero negro de Kerr con rotación.
- Mi postdoc Dr. Erik Jiménez desarrolló un código de “particle-in-cell” para resolver las ecuaciones de Vlasov-Poisson en simetría esférica, lo que permitió estudiar los efectos de la auto-gravedad sobre el efecto de mezcla de un gas sin colisiones. Contamos con el borrador de un artículo de investigación que se enviará a una revista científica en un par de meses.
- Se inició un nuevo proyecto con el Dr. Darío Nuñez, la Dra. García-Perciante y la Dra. Mercé Guerrero para estudiar la relajación de un gas de Vlasov en un potencial newtoniano tipo  $-1/r$  con una perturbación cuadrupolar.

## 3. Procesos de acreción hacia agujeros negros

En este proyecto se obtuvieron los siguientes resultados:

- Enviamos el artículo *Gravitational atoms beyond the test field limit: The case of Sgr A\* and ultralight dark matter*, M. Alcubierre, J. Barranco, A. Bernal, J.C. Degollado, A. Diez-Tejedor, M. Megevand, D. Núñez, O. Sarbach, e-Print: 2411.18601 [gr-qc], que propone una nueva aproximación para describir nubes de campos escalares alrededor de un agujero negro súpermasivo, con aplicaciones para modelar halos de materia oscura.
- En colaboración con mi postdoc Dr. Mehrab Momennia se logró generalizar el trabajo [2] para describir la acreción de un gas de Vlasov en un agujero negro esféricamente simétrico estático que puede ser más general que la métrica de Schwarzschild, y de esta manera estudiar los

efectos que podrían tener posibles desviaciones de la relatividad general sobre el proceso de acreción. Estos resultados están descritos en el artículo

- Spherical accretion of a collisionless kinetic gas into a generic static black hole, Mehrab Momennia, Olivier Sarbach

que deberíamos terminar dentro de un par de meses y que será enviado a una revista científica.

- En colaboración con el Dr. Patryk Mach de la Jagiellonian University en Cracovia, Polonia, iniciamos un estudio sistemático para la acreción de un gas de Vlasov en un agujero negro de Kerr con rotación. Desafortunadamente, el problema resulta más difícil que lo previsto y por lo tanto solamente se cuentan con resultados parciales hasta el momento. Por esta razón, pediremos la ayuda del Dr. Mehrab Momennia para completar este proyecto.

## 4. Estrellas de bosones

Referente a las estrellas de bosones se publicó el artículo

- *Linear stability of nonrelativistic self-interacting boson stars*, E. Chávez Nambo, A. Diez-Tejedor, A.A. Roque, O. Sarbach, *Physical Review D* **109**, 10, 104011 (2024),

donde estudiamos la estabilidad lineal de estrellas de bosones no-relativistas con auto-interacción. Además, enviamos el artículo

- *Nonrelativistic Proca stars: Spherical stationary and multi-frequency states*, E. Chávez Nambo, A. Diez-Tejedor, E. Preciado-Govea, A.A. Roque, O. Sarbach, e-Print: 2412.06901 [gr-qc],

donde estudiamos estrellas de Proca no-relativistas, a la revista *Physical Review D*. Finalmente, se inició un nuevo trabajo para estudiar la estabilidad lineal de dichas configuraciones.

## 5. Resultados entregables

Los resultados entregables durante el periodo de la cátedra (26 de febrero 2024 - 31 de enero de 2025) son los siguientes:

- **Publicación de 3 artículos de investigación en revistas científicas con arbitraje:**

1. Phase Space Mixing of a Vlasov Gas in the Exterior of a Kerr Black Hole, P. Rioseco, O. Sarbach, *Commun. Math.Phys.* **405**, 4, 105 (2024),
2. Linear stability of nonrelativistic self-interacting boson stars, E. Chávez Nambo, A. Diez-Tejedor, A.A. Roque, O. Sarbach, *Physical Review* **D109**, 10, 104011 (2024),
3. Wave propagation through a spacetime containing thin concentric shells of matter, R.O. Acuña-Cárdenas, O. Sarbach, L. Tessieri, *Physical Review* **D110**, 10, 104064 (2024).

- **Envío de 5 artículos de investigación a revistas científicas con arbitraje:**

1. Existence of the Chapman-Enskog solution and its relation with first-order dissipative fluid theories, A.L. García-Perciante, A.R. Méndez, O. Sarbach, e-Print: 2409.08976 [gr-qc],
2. Relativistic dissipative fluids in the trace-fixed particle frame: hyperbolicity, causality and stability, J. Félix Salazar, A.L. García-Perciante, O. Sarbach, e-Print: 2412.03712 [gr-qc],
3. Relativistic dissipative fluids in the trace-fixed particle frame: strongly hyperbolic quasi-linear first-order evolution equations, J. Félix Salazar, A.L. García-Perciante, O. Sarbach, e-Print: 2412.03713 [gr-qc],
4. Gravitational atoms beyond the test field limit: The case of Sgr A\* and ultralight dark matter, M. Alcubierre, J. Barranco, A. Bernal, J.C. Degollado, A. Diez-Tejedor, M. Megevand, D. Núñez, O. Sarbach, e-Print: 2411.18601 [gr-qc],
5. Nonrelativistic Proca stars: Spherical stationary and multi-frequency states, E. Chávez Nambo, A. Diez-Tejedor, E. Preciado-Govea, A.A. Roque, O. Sarbach, e-Print: 2412.06901 [gr-qc].

■ **Presentación de mis trabajos en congresos internacionales, talleres y seminarios:**

Se presentaron los resultados de la investigación desarrollada durante la cátedra en varios seminarios en la Universidad Autónoma Metropolitana y otras universidades nacionales e internacionales:

1. Seminario del Grupo de Gravitación y Fisicamatemática  
Departamento de Física, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Politécnico Nacional, Ciudad de México  
28 de noviembre de 2024  
“El método de Chapman-Enskog y fluidos disipativos relativistas”
2. Seminario del Departamento de Gravitación y Teoría de Campos,  
Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México, México, 14 de noviembre de 2024  
“El método de Chapman-Enskog y fluidos disipativos relativistas”
3. Seminario de Gravitación, Universidad de Aveiro, Aveiro, Portugal, 6-10 de septiembre de 2024  
“Phase space mixing of a Vlasov gas in the exterior of a Kerr black hole”
4. Coloquio del Instituto de Astronomía  
Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México  
14 de agosto 2024  
“La mezcla de un gas cinético en el exterior de un agujero negro de Kerr”
5. Seminario Semanal “Jesús Reyes Corona”  
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México  
21 de junio 2024  
“La mezcla de un gas cinético en vecindad de un agujero negro”.
6. Seminario de Física Matemática de la Facultad de Matemáticas  
Pontificia Universidad Católica de Chile, 24 de abril 2024  
“On the linear stability of nonrelativistic boson stars”.
7. Grupo de Relatividad y Gravitación,  
Facultad de Matemáticas, Astronomía, Física y Computación,  
Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 17-20 de abril 2024,  
“La mezcla de un gas cinético en el exterior de un agujero negro de Kerr”.

8. Seminario Divisional de la División de Ciencias Naturales e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana, Cuajimalpa, 1 de abril 2024,  
“La mezcla de un gas cinético en la vecindad de un agujero negro”.

Además, se presentaron los resultados en los siguientes talleres y conferencias:

1. “LIH Winter Meeting on Statistical Physics”,  
Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa, Enero 7-10, 2025  
Trabajo presentado: “Relativistic dissipative fluids from kinetic theory using the trace-fixed frame”.
2. “XV Taller de la División de Gravitación y Física-Matemática de la Sociedad Mexicana de Física”,  
Universidad de Guanajuato Sede Fórum, León, Octubre 21-24, 2024, Curso invitado: “Teoría Cinética Relativista”.
3. “Reunión XXXII de la División de Gravitación y Física Matemática”,  
Casa de la Primera Imprenta de América de la Universidad Autónoma Metropolitana, México, Abril 25-16, 2024  
Trabajo presentado: “Sobre la estabilidad de las estrellas de bosones newtonianas”.

■ **Formación de recursos humanos:**

Continué asesorando a mis estudiantes de doctorado Rubén Acuña Cárdenas y Emmanuel Chávez Nambo. En particular, se publicó un artículo de investigación con Rubén y el Dr. Luca Tessieri, de tal forma que Rubén reúne los requisitos necesarios para poder graduarse. Además, impartí el curso de licenciatura:

1. TEMAS SELECTOS DE MATEMATICAS APLICADAS I y III para estudiantes avanzados en la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas y Sistemas de la UAMC, donde se expuso la física del agujero negro de Kerr.

También se ofreció el curso “Problemas de Valor Inicial y de Frontera para Ecuaciones Diferenciales con Derivadas Parciales” a nivel de posgrado, pero ningún estudiante se inscribió.

■ **Otras actividades:**

1. Participé en el curso “Violencia escolar o Bullying: Resolución de conflictos en el Aula” ofrecido por la Unidad para la Prevención y Atención de la Violencia por Razones de Género de la UAMC.
2. Participé como Jurado Calificador en el Área de Conocimiento de Ciencias Básicas e Ingeniería en el proceso de evaluación correspondiente al Trigésimo Tercero Concurso Anual del Premio a la Investigación, 2024 de la UAM.
3. Participé como Jurado Calificador del Concurso para Otorgar el Diploma a la Investigación 2023 de la División de Ciencias Naturales e Ingeniería de la UAMC.
4. Participé como Miembro de la Comisión Dictaminadora del Área I. Físico-Matemáticas y Ciencias de la Tierra, del Sistema Nacional de Investigadoras e Investigadores, para el año 2024.

## Referencias

- [1] L. Saint-Raymond. A mathematical PDE perspective on the Chapman-Enskog expansion. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 51:247–275, 2014.
- [2] P. Rioseco and O. Sarbach. Accretion of a relativistic, collisionless kinetic gas into a Schwarzschild black hole. *Class. Quantum Grav.*, 34(9):095007, 2017.



Dr. Olivier Charles Albert Sarbach